EX 34 :

$$\begin{cases} f(x)=|x^2+x| & \text{si } x<0 \\ f(x)=x\sqrt{x} & \text{si } x\geq 0 \end{cases}$$

1) la fonction : $x \mapsto x^2+x$ est continue sur $]-\infty,0[$

d'où f est continue sur $]-\infty,0[$

- f est continue sur $]0,+\infty[$ (produit de 2 fonctions continues)
- continuité en 0 : $f(0)=0$

$$\lim_{x\to 0^-} f(x)=\lim_{x\to 0^-}|x^2+x|=0=f(0)$$

$$\lim_{x\to 0^+} f(x)=\lim_{x\to 0^+} x\sqrt{x}=0=f(0)$$

f est continue en 0 d'où f est continue sur $\mathbb{R}$

2)

x	$-\infty$		-1		0
x^2+x		+	0	-	

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim_{x\to 0}\frac{-(x^2+x)}{x}$$

$$=\lim_{x\to 0^-}-(x+1)=-1=f'_g(0)$$

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim_{x\to 0^+}\sqrt{x}=0=f'_d(0)$$

f n'est pas dérivable en 0

$$*\ \lim_{x\to(-1)^-}\frac{f(x)-f(-1)}{x+1}=\lim_{x\to(-1)^-}\frac{-(x^2+x)}{x}$$

$$=\lim_{x\to(-1)^-}-x=1=f'_g(-1)$$

$$\lim_{x\to(-1)}\frac{f(x)-f(-1)}{x+1}=\lim_{x\to(-1)}\frac{x^2+x}{x}$$

$$=\lim_{x\to(-1)^-}(x)=-1=f'_d(-1)$$

f n'est pas dérivable en (-1)

3) * pour $x\in]0,+\infty[$

$$f(x)=x\sqrt{x}$$

$$f'(x)=\sqrt{x}+x.\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)=\frac{3}{2}\sqrt{x}>0$$

* pour $x\in]-1,0[$

$$f(x)=-(x^2+x)$$

$$f'(x)=-(2x+1)$$

* pour $x\in]-\infty,-1[$

$$f(x)=x^2+x$$

$$f'(x)=2x+1<0 \qquad \forall x\in]-\infty,-1[$$

x	$-\infty$		-1		-1/2		0		$+\infty$
f'(x)		-	‖	+	0	-	‖	+	
f(x)	$+\infty$	↘	0	↗	1/4	↘	0	↗	$+\infty$

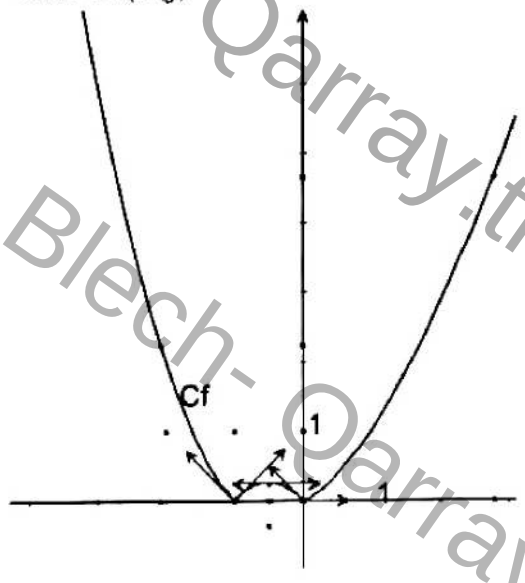
$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty} x\sqrt{x}=+\infty$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}(x^2+x)=\lim_{x\to-\infty} x^2=+\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x}=+\infty$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2+x}{x}=\lim_{x\to-\infty}(x+1)=-\infty$$

(ζ_f) admet 2 branches paraboliques de direction celle de $(O,\vec{j})$



Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn